

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2023 – Hausaufgabenblatt 5

Abgabe: 30.05.2023, 23:59

- Bitte beachten Sie, dass in dieser Vorlesung generell Antworten mit Begründung gefordert werden, solange die Aufgabe nicht explizit das Gegenteil sagt.
- Zum Bestehen dieses Blattes müssen Sie 50% der Punkte erreichen.

AT-Aufgabe H5.1.

0 Punkte

Bearbeiten Sie diese Aufgabe mit [Automata Tutor](#). Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik für die folgenden Sprachen:

(a) $\{a^i b^j a^j b^i : i, j \geq 0\}$

(b) $\{a^i b^j c^k : j \geq i + k\}$

Aufgabe H5.2. (DER SATZ!)

3 + 3 + 3 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Sprachen regulär sind. Bestimmen Sie hierzu die Residualsprachen. Falls die Sprache regulär ist, zeichnen Sie den kanonischen Minimalautomat und beschriften Sie die Zustände mit den entsprechenden Residualsprachen. Falls die Sprache nicht regulär ist, reicht es eine unendliche Menge von Wörtern mit unterschiedlichen Residualsprachen zu bestimmen und zu zeigen, dass die Elemente dieser Menge paarweise verschieden sind.

(a) $L_1 := L((ba|ab)^*)$ mit dem Alphabet $\Sigma := \{a, b\}$

(b) $L_2 := \{a^{2^k} \mid k \in \mathbb{N}\}$ mit dem Alphabet $\Sigma := \{a\}$

(c) $L_3 := \{w \in \Sigma^* \mid |w|_{ab} \neq |w|_{ba}\}$ mit dem Alphabet $\Sigma := \{a, b\}$, wobei $|w|_v$ die Anzahl der Vorkommnisse des Wortes v im Wort w zählt. Beispielsweise gilt $|ababb|_{ab} = 2$ und $|ababb|_{ba} = 1$.

Aufgabe H5.3. (Eine Runde Konstruktionen für alle)

2+4+2 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$, $L_1 = \{w \mid \exists u, v \in \Sigma^*. w = uabv\}$ die Sprache aller Wörter die das Teilwort ab enthalten, $L_2 = \{c\}\Sigma^*$ die Sprache aller Wörter die mit c beginnen und $L_3 = L_2 \cap \overline{L_1}$.

Geben Sie

- DFAs für L_1, L_2
- einen DFA für L_3
- einen minimalen DFA für L_3
- eine rechtslineare Grammatik für L_3

an.

Hinweis: Verwenden Sie jeweils das Ergebnis der vorherigen Teilaufgabe

Knobelaufgabe H5.4. (Irrational irregulär)

nur Respektpunkte, keine echten Punkte

Dr. Evilparza macht es sich diese Woche gemütlich, um sich von all den Strapazen zu erholen. Damit euch allerdings nicht langweilig wird, hat sich sein Nachwuchsschurke – Mr. Czerner – eine Knobelaufgabe für euch überlegt.

Sei $\Sigma := \{0, \dots, 9\}$. Für Wörter $u, v \in \Sigma^*$ bezeichnen wir mit $(u.v)_{10} := (u)_{10} + 10^{-|v|} \cdot (v)_{10}$ den Wert eines Dezimalbruches, es gilt also z.B. $(1.75)_{10} = \frac{7}{4}$.

Sei $\gamma \in \mathbb{R}$, $0 \leq \gamma < 1$. Zeigen Sie, dass $L(\gamma) := \{w \in \Sigma^* : (0.w)_{10} \leq \gamma\}$ genau dann regulär ist, wenn γ rational ist.