ECHTZEITVERFAHREN ZUR MODELLBASIERTEN REKONSTRUKTION VON STRÖMUNGSFELDERN AUS EXPERIMENTELL BESTIMMTEN PARTIKELSEQUENZEN

P. Kondratieva, J. Georgii, R. Westermann

Lehrstuhl für Computer Grafik und Visualisierung, Technische Universität München, Boltzmannstr. 3, 85748 Garching bei München

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein Verfahren zur Verbesserung der Rekonstruktion von Vektorfeldern aus 2D-Partikelsequenzen vorgestellt. Dieses Verfahren integriert a priori Wissen um die strömungsphysikalischen Eigenschaften der induzierten Strömungen in den Analyseprozess. Durch die Kombination klassischer Auswerteverfahren für PIV-Bildsequenzen mit einem modellbasierten Korrekturschritt basierend auf der numerischen Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen wird die Qualität des rekonstruierten Feldes erheblich verbessert. Insbesondere eignet sich das Verfahren zur automatischen Beseitigung von Ausreißern, und es führt zu Verschiebungsfeldern, die den zugrundeliegenden Modellannahmen genügen. Das Forschungsprojekt ist im Kontext der Mikro-Fluidik angesiedelt und behandelt spezielle Biokonvektionsvorgänge, die durch laminare, instationäre und wirbelbehaftete Strömungen charakterisiert sind [Petermeier et al 2005, Hartmann et al 2006].

1. Einleitung

Particle Imaging Velocimetry (PIV) behandelt die experimentelle Bestimmung von Strömungsfeldern durch die Auswertung von Momentaufnahmen eingestreuter Partikelmengen. Obwohl in den letzten Jahren sehr zuverlässige und effiziente Auswerteverfahren für Bildpaare entwickelt wurden, zeigt sich bei genauer Analyse der resultierenden Verschiebungsfelder sehr häufig, dass die aus gemessenen Vorgängen rekonstruierten Strömungsfelder nicht dem zugrundeliegenden physikalischen Modell entsprechen. Die vorliegende Arbeit kombiniert deshalb klassische PIV-Auswerteverfahren mit einem modellbasierten Korrekturschritt basierend auf der numerischen Lösung der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen.

Die modellbasierte Rekonstruktion beruht auf der Methode der nicht-parametrischen Bildregistrierung. Hierbei wird eine Transformation bestimmt, die ein Ausgangsbild in ein gegebenes Zielbild überführt. Modellspezifische Eigenschaften, denen die berechnete Transformation im Allgemeinen nicht genügt, können durch einen zusätzlichen Korrekturschritt gewährleistet werden. Durch die Deformation des Ausgangsbildes mit der korrigierten Transformation wird ein Bild generiert, das in Bezug auf eine geeignet gewählte Norm dem Zielbild ähnlicher ist als das Ausgangsbild. Dieser Prädiktor-Korrektor-Schritt lässt sich nun iterativ auf dem transformierten Bild und dem Zielbild wiederholen, um letztendlich eine "exakte" Übereinstimmung zwischen transformiertem Ausgangsbild und Zielbild zu erzielen. In der experimentellen Strömungsanalyse kommen zur Bestimmung der Transformation vor allem korrelationsbasierte Verfahren [Westerweel 1993, Raffel et al 1997] und Verfahren basierend auf dem optischen Fluss (OF) zur Anwendung. Einen detaillierten Vergleich beider Ansätze in Bezug auf Qualität und Geschwindigkeit der Auswertung ist in [Kähler et al 2004] zu finden. Die dieser Arbeit zugrunde liegenden Verfahren des OF und der Bildregistrierung werden im Folgenden kurz erläutert.

1.1. Optischer Fluss

Zu zwei gegebenen Bildern schätzt der OF [Horn et al 1981] die sichtbare Bewegung von Intensitätsstrukturen ab. Dem Algorithmus liegt die Idee zu Grunde, eine globale Kostenfunktion zu minimieren, die die Änderungsrate der Pixelintensität *E* beschreibt:

$$\xi_b = E_x u + E_y v + E_t \tag{1}$$

Hierbei bezeichnen *u*, *v* die Komponenten des OF-Vektors - der unbekannte Bewegungsvektor. E_x , E_y bezeichnen die örtlichen Ableitungen der Intensität, und E_t die zeitliche Intensitätsänderung. Die zusätzliche Annahme, dass die Bewegung in benachbarten Pixeln ähnlich ist, führt zu einem Regularisierungsterm der Form:

$$\xi_c^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$$
(2)

Üblicherweise wird das Gewicht α dieses Terms so gewählt, dass er das dem realen Messverfahren eigene Rauschen kompensiert. Die zu minimierende Kostenfunktion

$$\xi^{2} = \iint (\alpha^{2} \xi_{c}^{2} + \xi_{b}^{2}) \, dx \, dy \tag{3}$$

kann durch Variationsrechnung in ein System zweier elliptischer partieller Differentialgleichungen umgeformt werden. Durch Approximation der partiellen Ableitungen durch finite Differenzen resultiert aus diesem System ein dünn besetztes lineares Gleichungssystem, das durch iterative Standardmethoden nach dem optischen Fluss (u, v) gelöst wird [Hackbusch et al 1993]. Neben der Integration verbesserter Regularisierungsterme wurde in den letzten Jahren verstärkt an Beschleunigungsstrategien geforscht. Hierbei haben sich vor allem Multigrid-Verfahren auf Grund ihrer geringeren algorithmischen Komplexitätsschranke als außerordentlich erfolgreich erwiesen [Kalmoun et al 2003, Bruhn et al 2005].

Verbesserte OF-Verfahren führen üblicherweise zusätzliche Bedingungen an die Lösung ein, die auf den physikalischen Gesetzen der Strömungsmechanik basieren. Zum Beispiel wurde der sog. Optical Stokes Flow vorgestellt, der als zusätzliche Bedingung die Stokes-Gleichungen in den Regularisierungsterm integriert [Ruhnau et al 2006]. Dieser Ansatz führt zu einer modellbasierten Korrektur des rekonstruierten Vektorfelds, er macht aber gleichzeitig die numerische Lösung der optischen Flussgleichung ungleich komplexer. Vor allem aber schränkt die Verwendung der Stokes-Gleichung die Anwendbarkeit des Ansatzes erheblich ein.

1.2. Bildregistrierung

Die vorliegende Arbeit wurde im Wesentlichen durch bekannte Verfahren zur nicht-linearen Bildregistrierung inspiriert, die vor allem in der medizinischen Bildverarbeitung Anwendung finden. Hier ist ein klassisches Problem die Korrespondenzsuche zwischen Bildern derselben anatomischen Struktur, die jedoch unter verschiedenen Bedingungen (z.B. unterschiedliche Kamera- oder Patientenausrichtung, unterschiedliche bildgebende Verfahren usw.) aufgenommen wurden. Formal wird zu zwei gegebenen Bildern (Referenz R und Template T) eine Transformation φ gesucht, die das T so deformiert, dass es mit R zur Deckung kommt:

$$D[R, T \circ \varphi] = \min \tag{6}$$

Hier bezeichnet *D* eine geeignete Distanzmetrik, z.B. die Summe der pro Pixel berechneten Intensitätsunterschiede.

In der Literatur existieren zahlreiche Registrierungsmethoden, die üblicherweise in parametrische und nicht-parametrische Methoden klassifiziert werden. Parametrische Methoden stellen gewisse Anforderungen an φ , z.B. die Forderung einer Starrkörpertransformation, einer polynomiellen Transformation oder einer Menge von stückweise definierten affinen Transformationen. Nicht-parametrische Transformationen sind üblicherweise flexibler, da aufgrund der Zusammensetzung der gemessenen Materialien eine parametrische Darstellung oftmals nicht sinnvoll ist. Auf der anderen Seite ist das den nicht-parametrischen Methoden eigene Minimierungsproblem schlecht gestellt, und es werden zusätzliche Regularisierungsterme zur Lösung benötigt. Daher wird Gleichung (6) erweitert zu:

$$\tau[u] \coloneqq D[R, T; u] + \alpha S[u] = \min$$
(7)

Hier wird die Transformation in einen trivialen Teil *x* und eine Verschiebung u(x) aufgeteilt, wobei $\varphi(x)=x + u(x)$ und D[R, T; u] = D[R, T(. + u(.))]. Der Regularisierungsterm *S* kann dann modellbasiert gewählt werden. Zum Beispiel kann das elastische Potential gewählt werden, oder auch die Navier-Stokes-Gleichungen zur Fluid-Registrierung.

2. Modellbasierte Rekonstruktion

Da sowohl OF als auch korrelationsbasierte Verfahren das Vektorfeld berechnen, ohne die physikalischen Eigenschaften der zugrunde liegenden Strömungen zu berücksichtigen, weisen die resultierenden Vektorfelder häufig unnatürliche Strukturen auf. Diese werden in der Regel durch glättende Nachverarbeitungsschritte reduziert. Im Gegensatz hierzu versuchen modellbasierte Ansätze genau dieses physikalische Vorwissen über die induzierten Strömungen in die Berechnung einfließen zu lassen. Dadurch werden Strömungsfelder erzeugt, die im Sinne ihrer strömungsphysikalischen Eigenschaften konsistent mit dem zugrunde liegenden Modell sind. Hierzu muss das entsprechende Modell gefunden und formalisiert werden und es müssen Algorithmen entwickelt werden, die eine effiziente Integration dieser Modelle in den Auswertungsprozess ermöglichen.

2.1. Überblick

Wie im vorigen Kapitel beschrieben, löst die Bildregistrierung ein Problem, das der Rekonstruktion von Vektorfeldern aus experimentell bestimmten Partikelbildpaaren sehr ähnlich ist. Die hier vorgestellte Methode folgt diesbezüglich den aus der Bildregistrierung bekannten Prädiktor-Korrektor-Verfahren, sie erweitert diese Verfahren jedoch um einige wesentliche Neuerungen: 1) Der Korrekturschritt wird nicht in die Lösung des OF integriert sondern explizit auf dem durch den OF berechneten "Schätzer" ausgeführt. 2) Prädiktion und Korrektur werden iterativ auf dem transformierten Eingangsbild und dem Ausgangsbild wiederholt. 3) Die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen werden zur Korrektur des Strömungsfeldes verwendet. 4) Die Implementierung sämtlicher Verarbeitungsschritte geschieht auf programmierbarer Grafikhardware (GPU) und ermöglicht somit eine effiziente Berechnung des Strömungsfeldes. Hierdurch ist erstmals die Möglichkeit zur interaktiven Änderung spezifischer Strömungsparameter während der Auswertung gegeben ist. Ein erster Überblick über die Methode ist in Abb. 1 gegeben.

```
ComputeVF(R, T, physical model parameters) {
    I<sub>c</sub> = T
    it = 0
    while(compare(I<sub>c</sub>, R) < threshold or it > max) { // Until convergence
        VF<sub>p</sub> = PredictVF(R, I<sub>c</sub>)
        VF<sub>c</sub> = CorrectVF(VF<sub>c</sub>, VF<sub>p</sub>, it)
        I<sub>c</sub> = DeformImage(T, VF<sub>c</sub>)
        it = it + 1
    }
    return VF<sub>c</sub>
}
```

Abb. 1: Überblick: Prädiktor-Korrektor-Verfahren.

Die grundlegende Idee des vorgestellten Verfahrens ist es, das Template *T* iterativ so zu deformieren, dass die Abweichung zum Referenzbild *R* minimiert wird. Die in jeder Iteration berechneten Deformationen werden akkumuliert und ergeben schließlich das rekonstruierte Vektorfeld. In jedem Iterationsschritt wird das aktuelle Feld VF_{p} über klassischen OF geschätzt (*Prädiktion*) und daran anschließend mittels der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen zu VF_{c} verfeinert (*Korrektur*). Abschließend erfolgt die *Deformation* des Templates entlang des korrigierten Feldes VF_{c} . Am Ende dieses Zyklus wird das deformierte Bild mit dem Referenzbild verglichen. Wenn die Abweichung kleiner ist als ein vorgegebener Schwellwert wird die Iteration abgebrochen und das aktuelle VF_{c} wird als Ergebnis zurückgeliefert.

2.2 Implementierung

Prädiktion

Zur Prädiktion des Strömungsfeldes kommt in der aktuellen Implementierung der klassische OF zum Einsatz (siehe Abschnitt 1.2). Unter Verwendung einer GPU-Bibliothek zur Realisierung von Operatoren der linearen Algebra [Krüger et al 2005] wurde ein CG-Löser (konjugierte Gradienten) für das lineare Gleichungssystem des OFs entwickelt. Die verwendete Bibliothek ermöglicht die effiziente Repräsentierung von dünn besetzten Band-Diagonalmatrizen und Vektoren auf der GPU. Dazu werden die Daten in einer kompakten Form als Texturen auf der GPU abgelegt. Standardoperationen wie Matrix-Vektor-Produkte werden durch spezielle "Shader" (frei programmierbare Code-Fragmente) implementiert. Durch diese Basisoperationen lassen sich iterative Standardlöser für lineare Gleichungssysteme sehr einfach auf der GPU realisieren.

Korrektur

Wesentliches Ziel der numerischen Strömungssimulation ist die Berechnung einer Vorhersage über das Verhalten von Strömungen. Hierzu wird sowohl ein physikalisches Modell des Verhaltens von Strömungen als auch ein mathematischer Formalismus dieses Modells benötigt. Die Navier-Stokes-Gleichungen sind ein solcher Formalismus – sie beschreiben das Verhalten von Strömungen in Flüssigkeiten und Gasgemischen (Fluiden) in Form eines Systems von nicht-linearen partiellen Differentialgleichungen. Zur Korrektur des initial bestimmten Vektorfeldes wurde ein numerischer Löser für die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen auf der GPU verwendet. Die Lösung der Geschwindigkeit $U = (u, v)^{T}$, die durch das Differentialgleichungssystem

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta U - (U \cdot \nabla)U - \nabla P + F$$

$$div U = 0$$
(8)

gegeben ist, wird auf einem uniformen Gitter berechnet. Zusätzliche Randwerte, bedingt durch Hindernisse im Experiment, werden vorab aus den gegebenen Partikelbildpaaren extrahiert und in der Simulation berücksichtigt.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Prädiktor-Korrektor-Methode verwendet in der ersten Iteration das Ergebnis des OF-Lösers als Schätzer für das initiale Geschwindigkeitsfeld der Navier-Stokes-Simulation. Die darauf folgende numerische Simulation korrigiert diesen Schätzer und generiert ein Vektorfeld, das konsistent mit dem *physikalischen* Modell ist. Vor der nächsten Iteration wird das Template *T* in Richtung des Referenzbildes *R* deformiert. Die folgenden Iterationen berechnen dann das OF-Verschiebungsfeld VF_{ρ} zwischen *R* und dem *deformierten* Bild I_c , wobei durch die Deformation eine immer bessere Übereinstimmung zwischen I_c und *R* erzielt wird. Im Unterschied zur ersten Iteration wird in allen weiteren Iterationen das Verschiebungsfeld als externes Kraftfeld in die Navier-Stokes-Simulation eingefügt. Dieser Prozess wird wiederholt, bis die mittlere Amplitude der Kraft kleiner als ein benutzerdefinierter Schwellwert ist oder eine vorgegebene Anzahl von Iterationen durchgeführt wurde.

Bilddeformation

Nachdem das korrigierte Vektorfeld berechnet wurde, wird das Template *T* im Texturkoordinatenraum gegenüber dem Referenzbild *R* deformiert. Diese Deformation kann sehr effizient auf der GPU berechnet werden. Hierzu werden die Verschiebungsvektoren aus der entsprechenden Textur gelesen, in das Bildkoordinatensystem transformiert und schließlich als Koordinaten zur Adressierung der verschobenen Bildwerte interpretiert. Durch die Verfügbarkeit von hardwaregestützter bilinearer Texturinterpolation ist der beschriebene Deformationsschritt extrem schnell. Sollte dabei ein Pixel außerhalb des gültigen Bildbereichs adressiert werden, werden die Randpixel entsprechend wiederholt.

3. Ergebnisse

Um die Effektivität der vorgestellten Methode zur Rekonstruktion von Vektorfeldern aus Partikel-Bildpaaren zu demonstrieren, wurde die Methode zur Auswertung von experimentell bestimmten Datensätzen verwendet.

Ciliaten-Datensatz (Hartmann 2004)

Ziel des ersten Experiments ist die Bestimmung der durch sich bewegende Mikroorganismen (Ciliaten) im Wasser (Re = 1.25×10^{-3}) induzierten Strömung aus Partikelbildpaaren [Hartmann et al 2006]. Abb. 2 zeigt das OF mit unterschiedlicher Gewichtung α des Regularisierungsterms (obere Zeile) sowie die mit der vorgestellten Methode erzielten Ergebnisse (untere Zeile).



Abb. 2: Rekonstruiertes Vektorfeld, Datensatz von C. Hartmann 2004. a,b) reiner OF mit kleinem (1000) und großem (5000) Gewicht für den Regularisierungsterm c,d) nach einer und nach vier Iterationen des vorgestellten Algorithmus

Ciliaten-Datensatz (Petermeier und Delgado 2006)

Die folgenden Partikelbildpaare wurden mit besserer Aufnahmesensorik gemessen und weisen folglich im Vergleich zu den oben dargestellten Aufnahmen einen größeren Rauschabstand auf [Petermeier et al 2005]. Die rekonstruierten Vektorfelder sind in Abb. 3 visualisiert.

Die Ergebnisse in beiden Beispielen zeigen deutlich, dass der OF nur eine grobe Approximation des echten Vektorfeldes liefert und viele der Strömungsstrukturen entweder "verschmiert" werden (zu großes α) oder nicht physikalisch plausibel sind. Die vorgestellte Methode produziert mit jeder Iteration bessere und klarer erkennbare Strukturen, die zudem dem zugrunde liegenden physikalischen Modell genügen. Im Gegensatz zum OF werden Hindernisse im Beobachtungsraum korrekt simuliert (siehe helle Bereiche der Ciliaten).



- Abb. 3: Rekonstruiertes Vektorfeld, Datensatz von H. Petermeier und A. Delgado 2006.
 - a, b) reiner OF mit kleinem (1000) und großem (5000) Gewicht für den Regularisierungsterm c, d) nach einer und vier Iterationen des vorgeschlagenen Algorithmus.

Berechnungsgeschwindigkeit

Zur Auswertung der Partikelbildpaare wurde ein Standard-Desktop PC (3 GHz Pentium 4, 2 GB RAM, GeForce 6800 GT Grafikkarte mit 256MB Videospeicher) verwendet. Die Laufzeiten und benötigten CG-Iterationen für je einen Prädiktor-Korrektor-Schritt auf der GPU sind in Tab. 1 zusammengetragen. Da die Berechnung des OF und die Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen die meiste Zeit beanspruchen, wurden diese getrennt gemessen (Spalten 2 und 3). Die Gesamtzeit ist in Spalte 4 gegeben.

Dataset	OF runtime [s], (# CG iterations)	NS runtime [s], (# CG iterations)	Total runtime [s]
Hartmann, 2004	0,796 (50)	0,223 (40)	1,119
Petermeier, 2006	0,182 (25)	0,053 (20)	0,335

Tab. 1: Laufzeiten für einen Prädiktor-Korrektor Schritt auf der G	βPU
--	-----

Zusammenfassung und Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellte Methode erlaubt die interaktive und modellbasierte Rekonstruktion von Vektorfeldern aus experimentell bestimmten Partikelbildpaaren. Der Vorteil unserer Methode gegenüber bisherigen Ansätzen liegt in der Kopplung eines qualitativ hochwertigen Schätzers für das zugrunde liegende Strömungsfeld mit einem Korrektor, der die physikalischen Eigenschaften der Strömung berücksichtigt. Erste Ergebnisse dieses Ansatzes demonstrieren die verbesserte Qualität des rekonstruierten Feldes. Insbesondere eignet sich das Verfahren zur automatischen Beseitigung von Strukturen, die nicht dem zugrunde liegenden physikalischen Modell genügen. Die schnelle Auswertung auf der GPU ermöglicht interaktive Änderungen modellspezifischer Parameter. Durch die gleichzeitige Visualisierung der Strömungsfelder auf der GPU erhält der Benutzer ein direktes Feedback.

Ein zukünftiger Forschungsaspekt liegt in der Entwicklung von Methoden zur Integration von beweglichen Hindernissen in die Strömungssimulation. Des Weiteren wird untersucht, in wie weit alternative PIV-Auswerteverfahren, z.B. korrelationsbasierte Verfahren, zur Prädiktion des Strömungsfeldes verwendet werden können. Ein weiterer Aspekt, der im Rahmen des Forschungsvorhabens behandelt wird, ist die Integration von "Out-of-Plane"-Information in den Korrekturschritt. Derzeit basiert das vorgestellte Verfahren auf der Annahme, dass es sich bei der zugrunde liegende Strömung um ein 2D-Phänomen handelt. Zukünftig wird deshalb auch die Auswertung von 2D-3C- bzw. 3D-3C-Messungen angestrebt.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit stellt Resultate des durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Schwerpunktprogramms 1147 geförderten Paketantrags "Bildgebende Diagnosesysteme für mikroskopische Untersuchungen" vor. Die beschriebene Methode wurde vor allem in enger Zusammenarbeit mit der Forschungsgruppe von Prof. Dr. A. Delgado (Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Strömungsmechanik) entwickelt.

Literatur

Petermeier, H., Baars, A., Delgado, A., 2005: "ANNalyzer" – eine neurohybride Stützung eines Bildauswerteverfahrens angewendet auf mikroorganismisch generierte Strömungen, 13. GALA Fachtagung, Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik", S. 12.55-1-12.55-6, Cottbus 6.-8.9.2005 Hartmann, C., Özmutlu, Ö., Petermeier, H., Fried, J., Delgado A., 2006: Analysis of the flow field induced by the sessile peritrichous ciliate Opercularia asymmetrica, Journal of Biomechanics (In press) Westerweel, J., 1993: Digital Particle Image Velocimetry – Theory and Application, PhD Thesis, Technical University of Delft

Raffel, M., Willert, C., Kompenhans, J., 1998: *Particle Image Velocimetry*, Springer-Verlag, Heidelberg Kähler, C., Hain, R., Radespiel, R., 2004: Vergleich der Entwickelten Auswertverfahren im DFG SPP 1147, DFG Jahrestreffen in Rostock

Horn, B. K. P., Schmuck, B. G., 1981: Determining Optical Flow. Artificial Intelligence, 17: pp. 185-203 Hackbusch, W., 1993: Iterative Solutions of Large Sparse Systems of Equations. Springer-Verlag

Kalmoun, E. M., Ruede, U., 2003: A variational multigrid for computing the optical flow, Vision Modeling and Visualization 2003, pp. 577—584

Bruhn, A., Weickert, J., Feddern, C., Kohlberger, T., Schnoerr, C., 2005: Variational optical flow computation in real time, IEEE Trans Image Process, Vol. 14, No. 5, pp. 608-615.

Ruhnau, P., Schnoerr, C., 2006: Optical stokes flow: An imaging-based control approach. Experiments in Fluids, submitted

Krueger, J., 2005: Linear Algebra on GPUs, SIGGRAPH Course Notes 39.